Energia Potencial Gravítica

A força gravítica é conservativa;

É também uma *força central*;

A sua linha de acção está dirigida radialmente para o centro;

O seu módulo só depende de *r*;

Pode ser representada por:

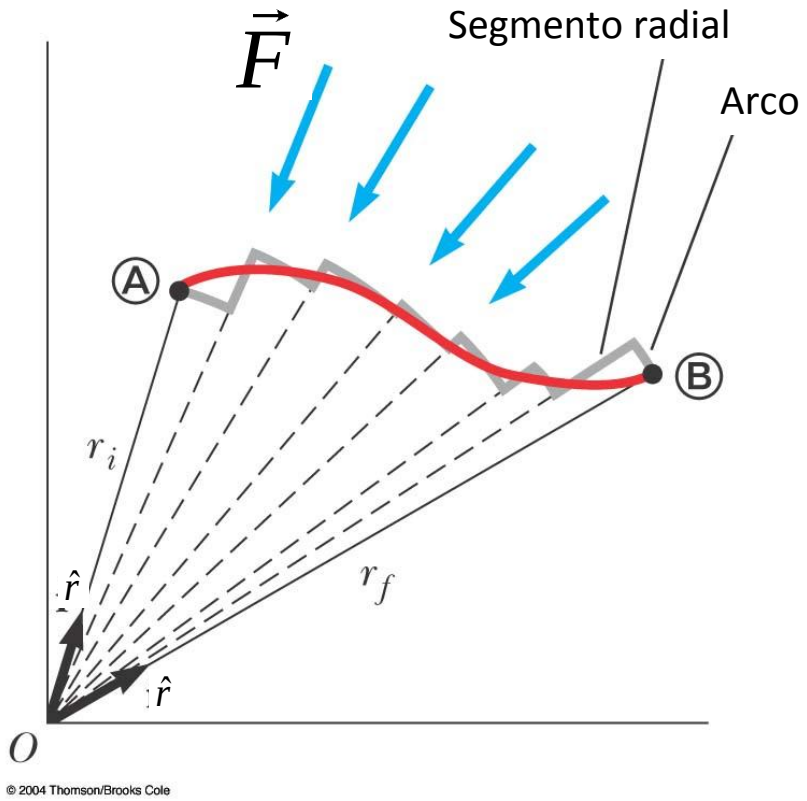
$$F \quad r \quad \hat{r}$$

Energia Potencial Gravítica – Trabalho

A partícula move-se de A para B sob a acção de uma força central $\vec{F}$

Dividimos a trajectória numa série de segmentos radiais e arcos

Como o trabalho realizado ao longo dos arcos é nulo, o trabalho total é independente do caminho e depende só de r_f e r_i



Energia Potencial Gravítica – Trabalho

O trabalho realizado por $\vec{F}$ ao longo de qualquer segmento radial é:

$$dW = \vec{F} \bullet d\,\vec{r} = -F(r)dr$$

O trabalho total é:

$$W = -\int_{r_i}^{r_f} F(r)dr$$

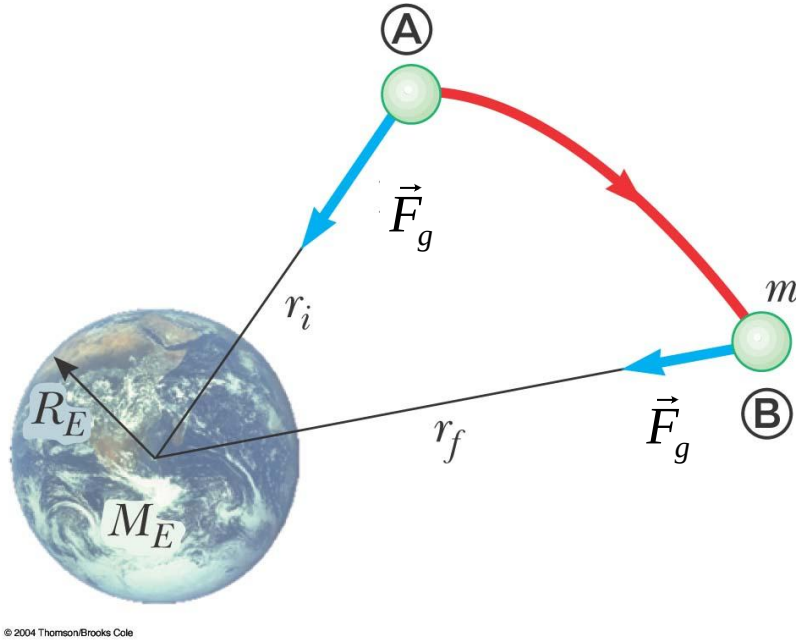
Portanto, o trabalho realizado é independente da trajectória.

Energia Potencial Gravítica

Quando uma partícula se move de A para B, sob a acção da força $\vec{F}_g$, a sua energia potencial varia de:

$$\Delta U = U_{\mathrm{f}} - U_{\mathrm{i}} = -W_{\vec{F}_g}$$

Vamos aplicar esta expressão à energia potencial gravítica.



Energia Potencial Gravítica da Terra

Vamos escolher para o zero da energia potencial gravítica o ponto em que a força é nula:

$$\Delta U = -W_{\vec{F}_g\,(\mathrm{i}\to\mathrm{f})} = -\left(-\int_{r_\mathrm{i}}^{r_\mathrm{f}} F_g\, dr \right) = GM_\mathrm{T} m \int_{r_\mathrm{i}}^{r_\mathrm{f}} \frac{1}{r^2}\, dr =$$

$$= GM_\mathrm{T} m \left[-\frac{1}{r} \right]_{r_\mathrm{i}}^{r_\mathrm{f}} = GM_\mathrm{T} m \left[\frac{1}{r_\mathrm{i}} - \frac{1}{r_\mathrm{f}} \right]$$

$U_\mathrm{i} = 0$ para $r_\mathrm{i} = \infty \quad \Rightarrow U\ \ r\ \ = -G\dfrac{M_\mathrm{T} m}{r}$

Esta expressão só é válida para $r \geq R_\mathrm{T}$ e não é válida para $r < R_\mathrm{T}$

Devido à escolha de U_i a energia potencial é negativa.

Energia Potencial Gravítica em Geral

Para quaisquer duas partículas, a energia potencial gravítica é:

$$U = -\frac{Gm_1m_2}{r}$$

Varia com $1/r$

A força varia com $1/r^2$. Temos a relação que seria de esperar:

$$\vec{F} = -\frac{dU}{dr}\hat{r}$$

A energia potencial é negativa porque escolhemos a energia potencial como sendo nula quando a separação das partículas é infinita.

Energia Potencial Gravítica em Geral

Um agente externo tem de efectuar trabalho positivo para aumentar a separação entre as partículas;

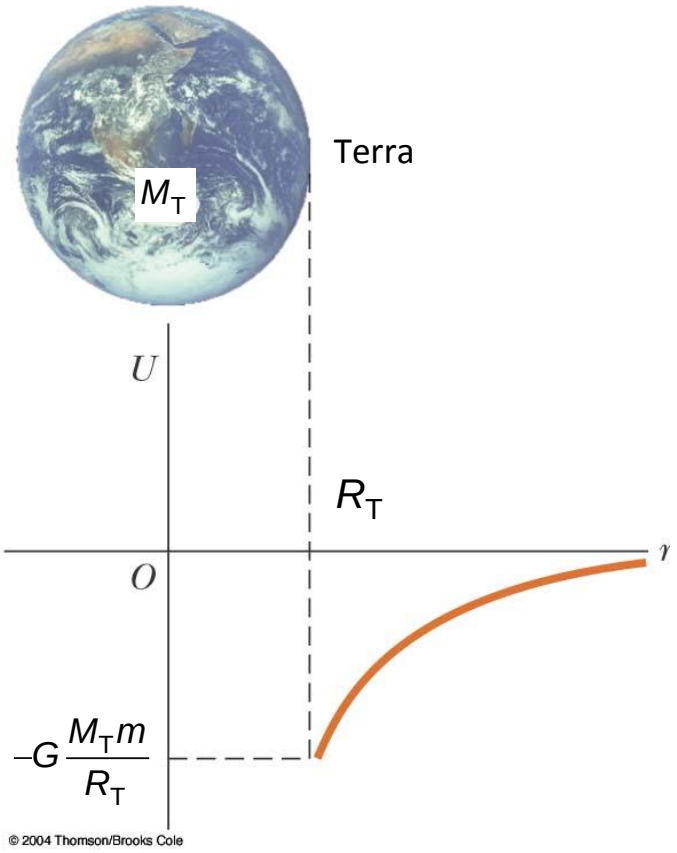
O trabalho realizado pelo agente exterior produz um aumento da energia potencial gravítica, à medida que as partículas são separadas;

U torna-se menos negativa.

Energia Potencial Gravítica da Terra

Gráfico da energia potencial gravítica *U* em função de *r* para um corpo acima da superfície da Terra;

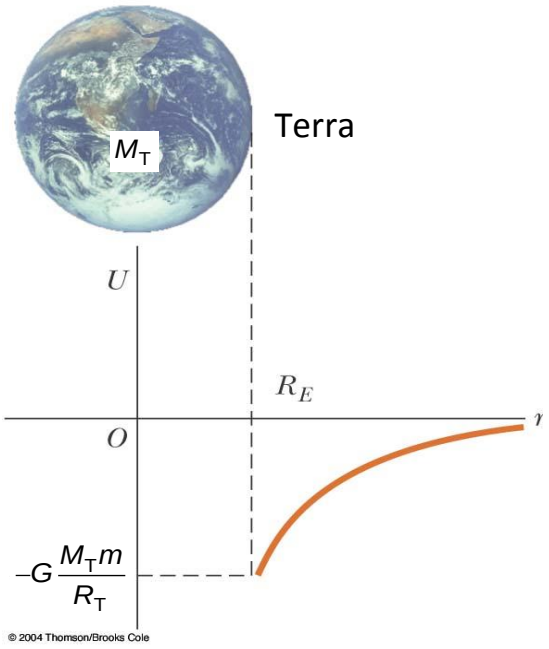
A energia potencial tende para zero quando *r* tende para infinito.



Energia de Ligação

O valor absoluto da energia potencial é a ***energia de ligação***;

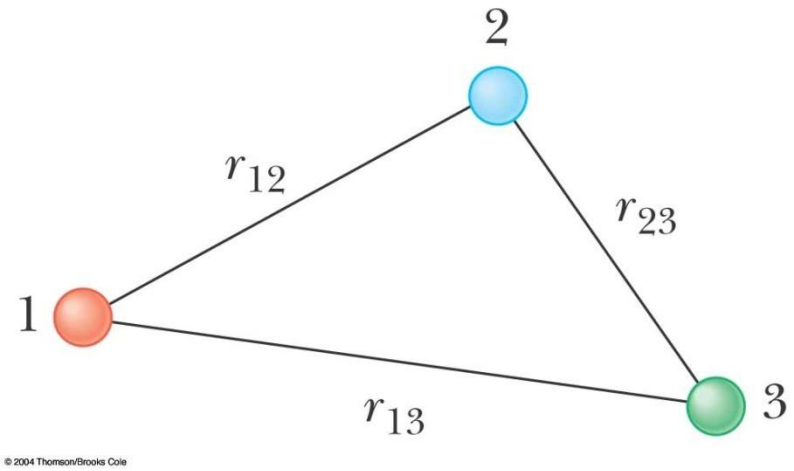
Se o agente exterior exerce um trabalho superior à energia de ligação, a energia em excesso estará na forma de energia cinética quando as partículas estiverem com separação infinita.



Sistemas com Três ou Mais Partículas

A energia potencial gravítica total do sistema é a soma da energia potencial para todos os pares de partículas;

A energia potencial gravítica obedece ao *princípio* de *sobreposição*.



Sistemas com Três ou Mais Partículas

Cada par de partículas contribui com uma parcela para *U*;

Se existirem três partículas no sistema:

$$U_{\text{total}} = U_{12} + U_{13} + U_{23}$$

$$= -G\left(\frac{m_1 m_2}{r_{12}} + \frac{m_1 m_3}{r_{13}} + \frac{m_2 m_3}{r_{23}}\right)$$

O valor absoluto de U_{total} representa o trabalho necessário para separar as partículas para uma distância infinita.